

研究指導 中澤 真 教授

# 数学の記述式問題のための自動採点システムの開発

## —文字式の規則を考慮した部分点採点の実現—

山下 大輝

### 1. はじめに

大学入学試験では「大学入試センター試験」が廃止され「大学入学共通テスト」が2020年度から導入された。この入試制度改革において、当初は国語と数学に記述式問題の導入が予定されていた[1][2]。記述式問題とは、設問に対して解答者自身が解答欄に文章などを記述する形式である[3]。数学の場合であれば、数式や計算過程を解答するものが一例となる。マークシートのようなシンプルな選択問題と比較して、受験者の思考力や表現力を的確に把握できることから、今回の入試改革でも注目されていたポイントの一つであった[4]。しかし、記述式問題は「採点に時間がかかる」「採点者ごとに正誤判断が異なる可能性」「質の高い採点者の確保が困難である」といった欠点がある[5]。大学入学共通テストではこれらの解消の見通しが立たず、導入を見送ることになった[6]。

このように記述式問題は採点の面で課題があり、採点者の負担が大きい。これを解決するために、自動採点を利用した支援システムが開発されている[7][8]。自動採点システムの利点は、採点作業時間の削減や集計ミスがない点などが挙げられる。記述式問題についても、数学の問題作成及び自動採点が可能なシステムの開発が進められている[9][10]。しかし、既存の数学用の自動採点システムで部分点採点を行う場合、部分点付与の対象となる数式を一つずつ入力設定する必要がある。特に、文字式の規則に違反している解答を部分点の対象としたい場合、そのバリエーションは多数存在するため、それらの解答パターンを網羅的に考えたり、一つずつ入力したりする作業は大きな労力を必要としてしまうため難点も多い。

そこで本研究では、文字式の規則違反を部分点とする作業を効率的に行うために、違反をしている箇所を検出し、採点者が設定した条件に合わせて部分点を与えるシステムのプロトタイプを作成する。これにより、採点者が解答パターンを複数考える時間や、煩雑な入力作業の手間を大幅に減らすことを目指す。

### 2. 記述式問題採点と採点システム現状

#### 2.1 数学記述式問題採点の課題

記述式問題は受験者の考えや思考の過程をその

まま解答欄へ記入することが多いため、採点者は問題の理解度や論理性などを評価することができ[4]、詳細な学力を測ることが可能である。例えば、数学で計算過程も採点対象とした問題は、公式が正しく使用されているかどうかや、正しい説明がされているかを評価することができる。

しかし、マークシート方式のような選択問題よりも、解答パターンが多くなる可能性が高いため、正誤判定などの採点作業は煩雑になる。数学の場合であれば、記述の計算過程の違いや、解答は同値であるが次数やアルファベットの並び順が異なるといった、受験者ごとに異なる表記にも注意して採点しなければならない。したがって、記述式問題の採点作業は採点者にとって大きな負担となってしまう。

#### 2.2 自動採点システムの利点

採点作業の負担軽減のために、情報技術で支援する自動採点システムが利用されている。自動採点システムとは、PCやスキャナなどのICT機器を利用し、人間の代わりに採点を行うシステムのことであり、マークシートのみならず記述式問題も画像認識を用いて、解答用紙をスキャナで認識させて採点を行うものや、PCやタブレットの画面上で書いたものを認識して採点するシステムも開発されている[11][12]。自動採点システムの利点は、人間による採点作業に比べ採点が早く終了する点である。解答をPCへ登録し生徒の解答用紙をスキャナで読み込めば、機械が自動で生徒の解答と答えを照合し、採点を完了させることが可能である。これにより採点時間が短縮され、採点者の負担も軽減される。さらに、生徒へのフィードバックも迅速に行えるようになるため、試験直後の復習などで学習意欲向上につながるという指摘もある[13]。このような多くの利点を持つ自動採点システムについて、次節では数学用の自動採点システムに焦点を当てる。

### 3. 数学自動採点システムの現状

e-ラーニングでは、学習教材の配信から試験や成績の管理までを行うLearning Management System(以下LMS)が利用されている。代表的なオープンソースのLMSがMoodle<sup>1</sup>であり、LMSの標準機能はもちろん、四則演算などの数学の記述問題の作成や、その自動採点をする機能も実装されている。また、微積

<sup>1</sup> <https://moodle.org/?lang=ja>

分や連立方程式といった複雑な計算式に対しても、STACKと呼ばれる数学オンラインテスト評価システムと連携させることで対応可能になる[14].

STACKと連携したMoodleの計算問題の自動採点機能では、採点の評価関数を「代数等価」と設定することにより、教師が入力した数式と生徒が入力した数式の記述が完全に一致していなくとも、同値関係が成立していれば正解と判定することが可能である。しかし、「 $x+5$ 」という正解に対して、生徒の解答が「 $1x+5$ 」のような文字式の規則に違反しているものも同値であるため、正解と判定されてしまう難点がある。

これに対応するためには、数式の記述が完全一致の場合に正解と判定する「構文等価」を評価関数として用いることで、「 $x+5$ 」以外の解答を満点としないことは可能である。しかし、同値な数式でも完全一致しないものを一律に誤答とするのであれば話は簡単だが、実際には同値な解答については部分点の付与や減点で対応することが多い。評価関数に「構文等価」を用いてこのような採点をするためには、部分点を与える数式を教師があらかじめ考えて、一つひとつ入力する手間が生じてしまい、実用上の問題が大きい。例えば「 $x^2+x+4$ 」の正解に対して、「次数が降順になっていない数式の場合には減点する」という採点基準を考えた場合、「 $x^2+4+x$ 」, 「 $x+x^2+4$ 」, 「 $x+4+x^2$ 」, 「 $4+x^2+x$ 」, 「 $4+x+x^2$ 」の5通りの数式を教師が考えて、一つずつ入力する作業が必要になってしまう。小西ら[10]の数学自動採点においても、部分点採点に対応するにはMoodleを利用した場合と同様の問題が生じてしまう。

そこで本研究では、数式の入力作業を行わずに部分点を付与できる数学の自動採点システムの開発を目指す。

## 4. 文字式の規則を考慮した採点システム

### 4.1 システム概要

部分点の対象とする解答パターンは採点者によって異なる。例えば同値な式ではあるが、項の次数順序が守られていない場合に部分点にする者もいれば、「符号のミス」といった正答とは同値でない数式を部分点とする採点者も想定される。このことから、部分点の判定は多岐にわたるため部分点の対象を絞る必要がある。そこで本研究では、正解と同値の数式ではあるが、文字式の規則を違反している多項式に対して、わずかな操作で部分点の自動採点ができるシステムを開発する。なお、開発環境はPython3.9<sup>2</sup>で行った。

扱う自動採点システムは、図 1 のとおりである。まず初めに、Maximaが生徒の解答を正解と照らし合わせ、同値か否かを正誤判定する。次に同値と判定

された解答が、本研究で開発した規則違反検出システムにおいて、文字式の規則に違反していないか判定される。違反が検出された解答は、あらかじめ教師が設定した部分点や0点などの点数へと変更する。そして、変更した点数と違反部分の情報とをSTACKへ送る。

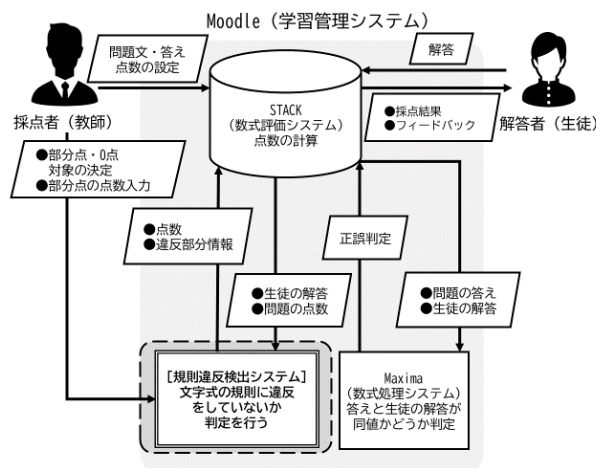


図 1 システム構成図

規則違反検出システムで対象とする文字式の規則は以下の3つである。

- ① 文字式同士の積はアルファベット順に書く
- ② 多項式では、次数の大きい順に項を並べる
- ③ 多項式をアルファベット順に書く

それぞれの規則について順に説明する。①の規則に対して「 $2bac$ 」という数式は違反していることになり、正しくは「 $2abc$ 」と書く必要がある[15][16]。また、多項式「 $6ba+3ca$ 」でも同様に正しい表記は「 $6ab+3ac$ 」となる。次に②の規則に対して、「 $ab+abc$ 」という数式の次数は、1項目は「2」、2項目は「3」となる。次数が大きいものが重要であり、重要なものを先頭に記載することが数式の基本方針である[17]。よって、「 $ab+abc$ 」ではなく「 $abc+ab$ 」となる。最後に③の規則に対して、本来は文字式の規則に③は含まれない。そのため、「 $2b+4a$ 」という数式は文字式の規則上問題はない。しかし、数学の慣習や問題集において多項式の解答では、項をアルファベット順に記載することが多くみられる[18]。そのため、項がアルファベット順ではない数式も検出の対象とした。なお、「 $bc+a$ 」のような項がアルファベット順ではないが、次数が降順である数式の場合は、次数の順序を優先するため正しい数式として扱う。

本研究で開発する文字式の規則違反を考慮した採点システムの操作手順は図 2 のとおりである。システムの使用方法として、まず採点者は問題作成画面にアクセスし、問題文、答えの数式、点数を入力する。その後、部分点採点のために、文字式の規則ごとに

<sup>2</sup> <https://www.python.org/>

違反した場合の配点について、「問題なし(満点)」「部分点」「0点」のいずれかを設定する(参照図 3)。部分点採点に関する教師の作業はこれのみであるため、候補となる数式を一つずつ入力する場合と比較して負担を大幅に軽減できる。

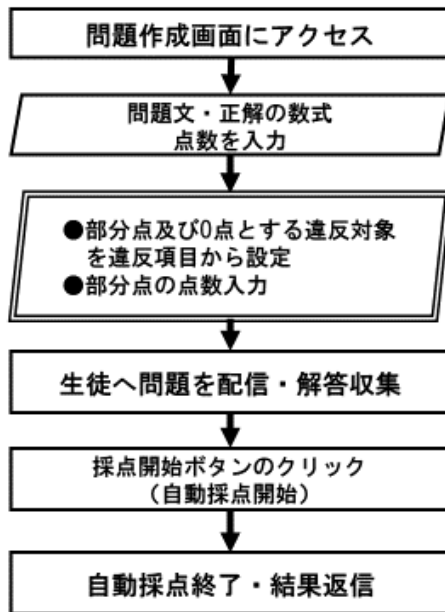


図 2 文字式の規則違反を考慮した採点システムの操作の流れ

**違反対象設定画面**

部分点入力  点

	問題なし	部分点	0点
文字同士の積がアルファベット順になっていない	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
次数が降順になっていない	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
多項式がアルファベット順になっていない	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
⋮			

図 3 文字式の規則違反の採点設定画面

#### 4.2 規則違反検出システムの開発と検証

上記で述べた採点システムの中で本研究では、規則違反検出システムの開発に取り組んだ。本来ならばSTACKと連携し、生徒の採点からフィードバックまでできるのが理想的ではあるが、今回はプロトタイプとして違反検出のアルゴリズムの作成に焦点を当てた。

違反箇所を検出する検証画面は図 4～図 9のとおりであり、検証のために表示させた文章は上から

「生徒の解答」「問題点(違反部分)」「文字式の書き方に問題があるか」とした。

図 4は違反がない解答をした場合の表示画面である。違反がない場合「問題点」には、「問題点は特にありません」というメッセージが表示される。

生徒の解答 :  $a+b+c$   
 <問題点>  
 問題点は特にありません

図 4 違反がない数式の表示結果

①の文字式規則に違反した解答に対しては図 5のように表示させるようにした。正規表現を利用して、文字同士の積の部分抽出してアルファベット順に並べ替え、元の表記と比較するアルゴリズムによって実現している。

生徒の解答 :  $6ba+3ca$   
 <問題点>  
 ●[ba]はアルファベット順になっていません  
 ●[ca]はアルファベット順になっていません  
 この数式は書き方に問題があります。

図 5 文字同士の積がアルファベット順ではない解答に対する表示結果

②の文字式規則に違反した解答に対しては図 6のように表示させるようにした。「+」「-」記号を取り除いて項ごとに分け、アルファベットの文字数や指数の抽出を利用して次数を求め、元の解答の次数が降順であるか確認するアルゴリズムとしている。文字同士の積では、「abc」のように文字が並んだ式と「 $a^2$ 」のように指数がある式の二つのタイプがあるが、これらを混合させても項ごとに次数を求め、降べきの順<sup>3</sup>に整理されているか否かを確認することが可能である。

生徒の解答 :  $a^2+abc$   
 <問題点>  
 ● $a^2+abc$ は次数が大きい順になっていません  
 この数式は書き方に問題があります。

図 6 次数が降順ではない解答に対する表示結果

また、図 7は因数分解の問題のような括弧が2つ以上存在する数式において、次数が降順では数式の判定結果である。アルファベット順のチェックに関する基本部分のアルゴリズムは先ほどと同じであるが、さらに括弧の中の数式を抽出し、その数式の中で次数が降順に並んでいるかチェックする処理を働かせている。括弧が存在する場合、次数の順序は括弧の中で判定されるため、「 $(ab+abc)(a^2+abc)$ 」という数

<sup>3</sup> 次数が高いものから順に並べること

式は、「 $(abc+ab)(abc+a^2)$ 」が正しいため、左の括弧と右の括弧それぞれの違反情報を返せるようにしている。

生徒の解答： $(ab+abc)(a^2+abc)$   
 <問題点>  
 ● $ab+abc$ は次数が大きい順になっていません  
 ● $a^2+abc$ は次数が大きい順になっていません

この数式は書き方に問題があります。

図 7 次数が降順ではない解答に対する表示結果 (括弧が2つある場合)

③の文字式規則に違反した解答に対しては図 8 のように表示させるようにした。これは、アルファベット文字の抽出及び並び替へと、「+」「-」記号を取り除いて項を作成するアルゴリズムで実現している。図7では「 $-3y+4x$ 」と2項で検証を行ったが、「 $x+y+z$ 」のような3項以上の数式でも可能である。

生徒の解答： $-3y+4x$   
 <問題点>  
 ● $-3y+4x$ はアルファベット順に項が並んでいません

この数式は書き方に問題があります。

図 8 多項式がアルファベット順ではない解答に対する表示結果

また違反している数式の中には、「 $ab+cba$ 」のような文字同士の積がアルファベット順になっていない、次数が降順になっていないというような二重違反の解答も考えられる。図 9は違反の種類が複数ある場合でも、すべての違反箇所を検出できることの検証結果である。

生徒の解答： $ab+cba$   
 <問題点>  
 ● $[cba]$ はアルファベット順になっていません  
 ● $ab+cba$ は次数が大きい順になっていません

この数式は書き方に問題があります。

図 9 違反が複数存在する数式に対する表示結果

## 5. むすび

本研究では、部分点採点設定の効率向上を目指して、文字式の規則違反を対象に違反部分の検出システムを開発した。LMSとの連携は実現していないが、違反箇所を検出する試作型を作成することができ、開発したこのシステムだけでも採点者の負担が軽減される。

しかし、文字式の規則は今回対象としたもの以外にも存在するため、対象としなかった残りの規則に対しても違反設定や部分点付与が行えるように開発を継続する必要がある。また、本研究では微分積分といった高度な数式を考慮していなかったため、様々

な単元の数式に対応したシステムを開発することが今後の課題である。

## 参考文献

- [1] 「大学入学共通テスト(仮称)記述式問題のモデル問題例,平成 29 年 5 月,独立行政法人,大学入試センター  
<https://www.dnc.ac.jp/albums/abm00009385.pdf>, (参照 2020-06-22).
- [2] 【教育改革】第 24 回:記述式問題導入見送りと『大学入学共通テスト』東京個別指導学院  
<https://www.tkg-jp.com/pickup/detail.html?id=3274>, (参照 2021-02-06).
- [3] コトバンク 記述式テスト  
<https://bit.ly/2VOP4IS>, (参照 2021-02-04)
- [4] 中央教育審議会(第 124 回) 配付資料 資料 2 大学入試改革の現状について  
[https://www.mext.go.jp/content/20200124\\_mxt\\_soseisk01-000004464\\_4.pdf](https://www.mext.go.jp/content/20200124_mxt_soseisk01-000004464_4.pdf), (参照 2021-02-06).
- [5] 記述式問題の解答採点とマークシートの採点. どれだけ手間が違うか比較  
<https://checkmates.info/knowledge/effort-for-scoring>, (参照 2021-02-06).
- [6] 共通テスト記述式, 文科相が見送り 今後は白紙  
<https://www.nikkei.com/article/DGXMZO53440480X11C19A2MM0000/>, (参照 2021-02-06).
- [7] 兵庫県立高で自動採点システム導入へ  
<https://www.sankei.com/life/news/200217/lif2002170060-n1.html>, (参照 2021-02-06).
- [8] NEC テスト採点支援ソリューション  
<https://jpn.nec.com/printer/laser/solution/workstyle/saiten/index.html>, (参照 2021-02-06).
- [9] 中村泰之ほか, “STACK と Moodle で実践する数学 e ラーニング”, 数理解析研究所講究録第 1674 巻, pp.40-46, 2010.
- [10] 小西 渉ほか, “手書き数式認識を用いた算数・数学自動採点システム”, 情報処理学会研究報告 Vol.2016-CE-133, No.7, pp.1-7, 2016.
- [11] デジタル採点システム「YouMark」  
<https://www.yu-jin.co.jp/service/youmark/>, (参照 2021-02-06).
- [12] 採点作業をスマートに! Smarky  
<https://www.smarky.jp/>, (参照 2021-02-06).
- [13] デジタル採点システムで定期考査テストの採点時間を大幅削減 「教員の働き方改革」の実現へ  
<https://is.gd/AAyd6r>, (参照 2020-10-23).
- [14] 数学 e ラーニング 数式解答評価システム STACK と Moodle による理工系教育  
<https://lohaco.jp/product/L01374012/>, (参照 2021-02-07).
- [15] 文字式の表し方  
<http://www.geisya.or.jp/~mwm48961/math/moji01.htm>, (参照 2021-02-06).
- [16] 文字式の書き方のルール  
<https://bit.ly/3jcCbmH>, (参照 2021-02-06).
- [17] 降べきの順と昇べきの順について  
<https://mathtrain.jp/seiri>, (参照 2021-02-06).
- [18] 中学校数学学習サイト  
<https://math.005net.com/1/mojisiki3.php>, (参照 2021-02-06).